

Příklady k získání zápočtu z Prosemináře z fyziky C447 LS rok 2021-2022

Odevzdejte minimálně 15 ze 17 následujících příkladů (včetně vzorového).

0). Princip řešení většiny z nich byl ukazován na proseminářích

1) Součástí odevzdaného řešení je podrobné **zadání** i **postup**, včetně slovních komentářů na důležitých místech. I u důležitých mezivýsledků uvádějte jednotky.

2) Z řešení musí být patrné, že mu řešitel dobře rozumí.

2) V době odevzdání příkladů musí být student schopen postup každého řešení vysvětlit někomu na úrovni svých spolužáků.

3) Příklady odevzdávejte elektronicky ve formě jednoho souboru pdf. Řešení pište ručně nebo v textovém editoru. Pokud používáte PC, snažte se i o jeho jiné využití, třeba namalování grafu, regresi apod.

!!! Řešení prosím zašlete do 18. června 2022 na emailovou adresu stein@imc.cas.cz !!!

V hranatých závorkách je uveden zpravidla správný numerický výsledek. Pokud dojdete k výsledku jinému, snažte se najít chybu. Pokud si jste jisti výsledkem svým, ozvěte se!

Pokud používáte zjednodušující předpoklady, které nejsou uvedeny v zadání, popište je.

Pokud není v zadání jiná hodnota, používejte následující (zaokrouhlené) konstanty:

gravitační zrychlení $g = 10 \text{ ms}^{-2}$;

hustota vody $\rho_0 = 1000 \text{ kg m}^{-3}$;

gravitační konstanta $\kappa = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^{-2}\text{kg}^{-2}$;

měrné teplo vody $c = 4180 \text{ J K}^{-1}\text{kg}^{-1}$;

Wienův zákon $T \cdot \lambda_m = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$;

Rychlost šíření zvuku ve struně: $c^2 = (\sigma/\rho)$. σ je mechanické napětí [Pa], ρ hustota [kg/m^3]

Radioaktivní rozpad: počet nerozpadlých částic $N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$; aktivita $A(t) = A_0 \exp(-\lambda t)$;

$A_0 = \lambda N_0$;

1) Petr, vážící 30kg, stojí v klidu na kruhové desce o průměru 6m a $J = 1800 \text{ kgm}^2$. Poté se Petr rozeběhne po obvodu desky. Jakou úhlovou rychlostí se bude pohybovat deska poté v okamžiku, kdy Petr dosáhne obvodové rychlosti vůči zemi 2 m/s?

[$\omega = -mvr/J = -0.1 \text{ rads}^{-1}$]

Když řešitel svůj postup někomu vysvětluje, vysvětluje ho i sám sobě!

Vzorové řešení příkladu:

Nejllepší pohled u nákresu je shora, čili na obvodu kružnice je Petr jako bod.

Využívá se platnosti zákona **zachování momentu hybnosti**:

Po dobu, kdy na soustavu **nepůsobí žádné momenty síly** nebo výslednice působících momentů je nulová (což je ekvivalentní), **zachovává se její celkový moment hybnosti**.

Soustava Petr disk je **zpočátku v klidu**. Předpokládejme, že působící momenty sil jsou **zanedbatelné**. Označíme-li b_A , b_B moment hybnosti dříve, resp. později, platí obecně $b_A = b_B$ a v našem případě, kdy je systém deska-Petr je zpočátku v klidu, navíc platí $b_A = b_B = 0$.

Moment hybnosti tuhého tělesa je **definován**: $b = J\omega$

Použijeme index P pro Petra a index D pro desku. Celkový moment hybnosti je **součtem** momentu hybnosti Petra a disku. Platí tedy $0 = b_P + b_D = J_P \omega_P + J_D \omega_D$

Předpokládejme, že Petr je bod o hmotnosti m_P , pohybující se obvodovou rychlostí v_P po obvodu desky, tedy po kružnici o poloměru $r = r_D$. Potom $J_P = m_P r^2$ a $\omega_P = v_P / r$.

Dohromady tedy $0 = m_P r v_P + J_D \omega_D$ a z toho $\omega_D = -m_P r v_P / J_D = -0.1 \text{ 1/s}$. Rozměrová zkouška

[ω] = $\text{kg.m.m}/(\text{kg m}_2 \text{ s}) = 1/\text{s}$. Znaménko – vyjadřuje skutečnost, že smysl otáčení Petra a desky musí být opačný.

2) Aby se vlak pohyboval rovnoměrně, musí lokomotiva překonat odporovou sílu, kterou lze dohromady vyjádřit jako 1% z tíhy vlaku o hmotnosti 160 t. a) Vlak se napřed rovnoměrně rozjíždí a dosáhne z klidu rychlosti 108 km/h za 2,5 minuty. Jakou silou musí táhnout lokomotiva? b) Když lokomotiva dosáhne rychlosti 108 km/h, přestane táhnout a pokračuje na volnoběh. Jak se bude vlak dále pohybovat a jak daleko a za jak dlouho dojde? Načrtněte graf závislosti rychlosti na čase v obou případech.
 $[F_0 = 32 \text{ kN}, F_{\text{celk}} = 48 \text{ kN}, s = 4500 \text{ m}]$

a) Z 0 na 108 km/h ($=30 \text{ m/s}$) rovnoměrně zrychleným pohybem za 2,5 min ($=150 \text{ s}$) $F_L=?$
 Síla, kterou táhne lokomotiva má 2 části:

1. síla, která udělí vlaku zrychlení, které ho uvede z 0 na 108 km/h za 150 s $\Rightarrow F_1$

2. síla, která překoná odpory 1% z tíhové síly 160t lokomotivy $\Rightarrow F_0$

$$F_L = F_1 + F_0$$

$$F_1 = m_L \cdot a \quad (a = dv/dt \Rightarrow 30/150 = 1/5 \text{ m/s}^2)$$

$$F_1 = 160\,000 \cdot 1/5 = \underline{\underline{32 \text{ kN}}}$$

$$F_0 = 0,01 \cdot m_L \cdot g = 0,01 \cdot 160\,000 \cdot 10 = \underline{\underline{16 \text{ kN}}}$$

$$F_L = 16 + 32 = \underline{\underline{48 \text{ kN}}}$$

b) dráha kterou ujede po tom co lokomotiva přestane táhnout = vlak bude postupně

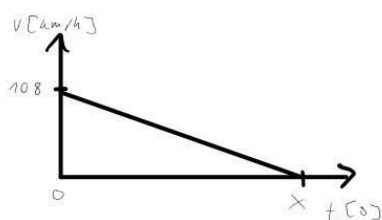
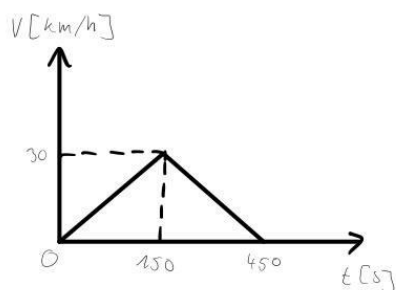
zpomalovat až do úplného zastavení

$$s = v_0 t - 1/2 a t^2$$

$$v_0 = 108 \text{ km/h} = \underline{\underline{30 \text{ m/s}}} \quad t = \text{čas, za který z } v_0 \text{ na } 0 \text{ zrychlením } a \text{ na } 0 \text{ (} t = 30/0,1 = \underline{\underline{300 \text{ s}}})$$

$$a = \text{dané odpor. silou (} F_0 = 16 \text{ kN} = m_L \cdot a \Rightarrow a = 16\,000/160\,000 = \underline{\underline{0,1 \text{ m/s}^2}})$$

$$s = 30 \cdot 300 - 1/2 \cdot 0,1 \cdot 300^2 = \underline{\underline{4500 \text{ m}}}$$



3) Přes nehmotnou kladku bez tření jsou zavěšena dvě tělesa. Jedno váží $m_1=6$ kg a druhé je lehčí. Kolik musí vážit lehčí těleso, aby se systém pohyboval se zrychlením polovičním, než je zrychlení gravitační? Co se stane, bude-li se v okamžiku uvolnění vlákna systém již pohybovat a těžší závaží bude jistou rychlostí stoupat? Načrtněte diagram dynamické rovnováhy sil. [$m_2 = 2$ kg]

$$m_1=6 \text{ kg} \quad m_2=? \text{ kg} \quad m_2 < m_1 \quad a=g/2$$

těleso m_1 jde ve směru jeho tíhy F_{T1}

těleso m_2 jde proti směru jeho tíhy F_{T2}

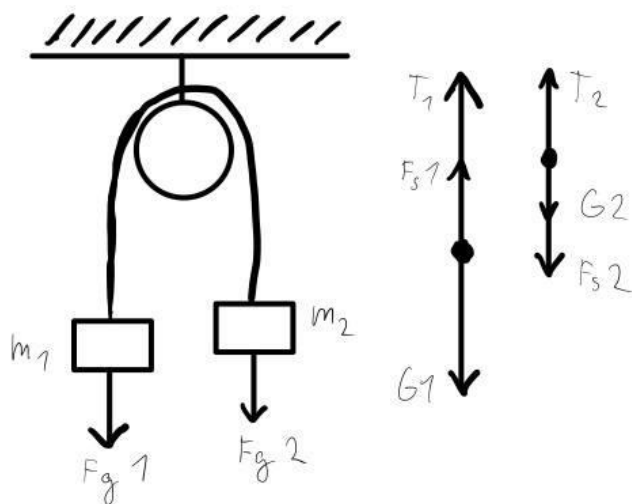
=> výsledná síla působící na soustavu: $F = F_{T1} - F_{T2}$ (těžší jde dolů, lehčí nahoru)

$$(m_1+m_2)*a=m_1g-m_2g \quad (m_1+m_2)*g/2=m_1g-m_2g \quad m_1g/2+m_2g/2=m_1g-m_2g$$

$$6*10/2+m_2*5=6*10-m_2*10$$

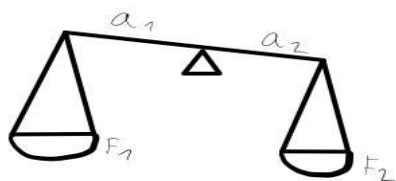
$$15m_2=30$$

$$m_2=\underline{2 \text{ kg}}$$



2 kg aby se systém pohyboval se zrychlením polovičním, než je gravitační, po určité době začne působit grav. síla a těžší těleso začne klesat

4) Při vážení na nerovnoramenných vahách bylo těleso, umístěné na levou misku, vyváženo závažím $m_1 = 250$ g. Při následném umístění na misku pravou bylo vyváženo závažím $m_2 = 1$ kg. Kolik těleso skutečně váží? Odvoďte obecný vztah pro m_x . Jak se tato operace nazývá? [$m_x = 500$ g]



a_1, a_2 = délka ramen

levé rameno se snaží tlačit proti směru hodinových ručiček a pravé naopak = vyrovnávají se **momenty sil**

a) těleso na levé straně

$$F_1 * a_1 = F_2 * a_2$$

$$m_1 * g * a_1 = m_2 * g * a_2$$

$$m_T * a_1 = 0,250 * a_2$$

b) těleso na pravé straně

$$1 * a_1 = m_T * a_2$$

$$\text{rovnice: } m_T * a_1 = 0,25 a_2$$

$$a_1 = m_T * a_2$$

$$m_T^2 * a_2 = 0,25 a_2 \Rightarrow m_T^2 = 0,25 \Rightarrow m_T = 0,5 \text{ kg} = 500 \text{ g}$$

obecně:

$$m_X * a_1 = m_1 * a_2 \quad \text{dosazení z 2. do 1. rovnice: } m_X * \frac{m_X * a_2}{m_2} = m_1 * a_2$$

$$m_2 * a_1 = m_X * a_2 \quad m_X^2 = m_1 * m_2 \Rightarrow m_X = \sqrt{m_1 * m_2}$$

5) Co je to geostacionární družice? Kde přesně leží její dráha a jak vysoko od povrchu Země musí létat? [$h = 35.7 \cdot 10^3 \text{ km}$]

= umělá družice na geostacionární dráze. Z hlediska pozorovatele ze Země jsou tyto družice stále nad stejným místem (vždy sledují stejné území na Zemi). Užívají se na telekomunikaci, pozorování Země, navigaci i na meteorologická a astronomická pozorování vesmíru.

Aby se družice nacházela na geostacionární dráze, musí se pohybovat kruhovou rychlostí v rovině rovníku a musí mít stejnou úhlovou rychlost jako Země.

Nachází se nad rovníkem ve výšce 35 786 km.

gravitační síla působící na družici je silou dostředivou: $F_g = F_d$

Ve výšce, kde se nachází družice, nebude $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \Rightarrow$ Newtonův gravitační zákon:

$$\kappa * m M / (R+h)^2 = m * v^2 / (R+h) \quad (m = \text{hmotnost družice; } M = \text{hmotnost Země; } v = \text{obvodová rychlost}$$

oběhu kružnice; R = poloměr Země; h = výška družice nad povrchem)

družice = geostacionární = obíhá stejnou úhlovou rychlostí, kterou rotuje Země:

$$v = \omega(R+h) = 2\pi/T * (R+h) \Rightarrow T = \text{perioda oběhu} = 24 \text{ h}$$

$$M = 5,9736 \times 10^{24} \text{ kg; } R = 6378,135 \text{ km; } \kappa = 6,672 \times 10^{-11}$$

$$h = \sqrt[3]{\kappa * \frac{MT^2}{4\pi^2}} - R \quad h = \sqrt[3]{6,67 * 10^{-11} * \frac{5,97 * 10^{24} * (86,4 * 10^3)^2}{4\pi^2}} - 6378 * 10^3$$

$$h = \underline{\underline{36000 \text{ km}}}$$

6) Hiero II, král Syracus, pověřil Archimeda, aby zjistil, jestli zlatá koruna není ošizená. Archimédes zjistil, že koruna na vzduchu váží $m = 14.7$ kg, ve vodě $m_v = 13.4$ kg a věděl, že hustota zlata je $19300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Jaká je hustota koruny? Může být zlatá? Načrtněte silový diagram experimentu, který Archimedes pravděpodobně uskutečnil! [$\rho_x = 11308 \text{ kgm}^{-3}$]

na vzduchu $m = 14.7$ kg

ve vodě $m_v = 13.4$ kg $\rho \text{ vody} = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$

$$F_g = F_{vz} + G_v$$

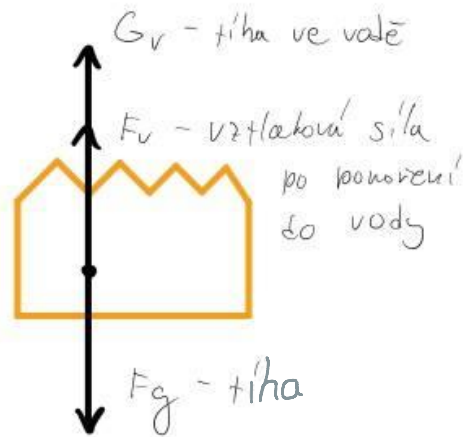
$$m * g = V * \rho * g + m * g$$

$$m = V * \rho + m \Rightarrow V_K = \frac{m - m_v}{\rho_v}$$

$$\rho_K = \frac{m}{V_K} \Rightarrow V_K \text{ neznáme, vypočítáme podle:}$$

$$V_K = \frac{m - m_v}{\rho_v} = \frac{14.7 - 13.4}{1000} = 1.3 \text{ E-3 m}^3$$

$$\rho_K = \frac{m}{V_K} = \frac{14.7}{1.3 \text{ E-3}} = \underline{\underline{11\,308 \text{ kg/m}^3}}$$



hustota Au = $19\,300 \text{ kg/m}^3$, Výsledná váha vyšla nižší tudíž koruna nebyla celá ze zlata.

8) Varná konvice o příkonu 2 kW přivedla 2 litry vody z teploty 12°C na bod varu za 409 s. Jaká je účinnost konvice? [$\eta = 0.9$]

měrné teplo vody $\Rightarrow c = 4180 \text{ J/K/kg}$

$P_p = 2 \text{ kW}$; $t = 409 \text{ s}$; 2 l vody z 12°C na 100°C ; $\eta = ?$

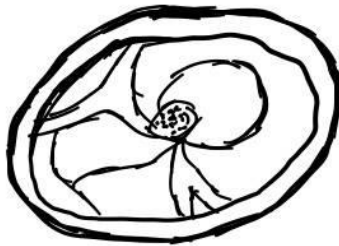
$$P = \frac{W}{t} \quad W \cong Q = c * m * \Delta t = 4180 * 2 * (100 - 12) = 735\,680 \text{ J}$$

$$P = \frac{735\,680}{409} = 1789 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P}{P_p} = \frac{1789}{2000} = \underline{\underline{0.9}}$$

9) Femur má průměr 2.8 cm . Mezní mechanické napětí $\sigma_p = 170 \text{ MPa}$. Jaký průřez můžeme přibližně předpokládat? Při jakém zatížení kost praskne? [0.1 MN]

Průřez femuru



$d=2,8 \text{ cm} \Rightarrow r=1,4 \text{ cm}=0,014 \text{ m}$; $\sigma_p = 170 \text{ MPa}$; průřez kostí $\Rightarrow$ **přibližně kruh**: $S=\pi r^2$

$$\sigma_p = \frac{F}{S} \Rightarrow S = \frac{F}{\sigma_p}$$

$$F = \sigma_p * S = \sigma_p * \pi r^2 = 170 \text{ E}6 * \pi * 0,014^2$$

$$F=1 \text{ E}5 \text{ N}=1 \text{ E}2 \text{ kN}=\underline{\underline{0,1 \text{ MN}}}$$

10) Jaký je relativní objem vyčnívající části ledovce $\rho = 917 \text{ kgm}^{-3}$ z mořské vody $\rho_v = 1024 \text{ kgm}^{-3}$? Načrtněte silový diagram. [10 %]

Hledáme poměr, ve kterém je tíhová síla ledovce a vztlačková síla na něj působící vody.

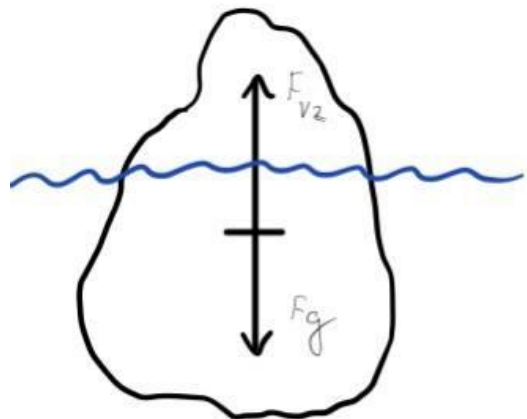
Celkový objem ledovce = $V \Rightarrow$ objem ponořené části = $V*k$ ($k<1$)

$$F_g = F_{vz} \Rightarrow V * g * \rho_L = k * V * g * \rho_v$$

$$k = \frac{\rho_L}{\rho_v} = \frac{917}{1024} = 0,8955 * 100\% = 89,55\%$$

ledovce je ponořeno

$100\% - 89,55\% = \underline{\underline{10,45\%}}$ ledovce vyčnívá



11) Jaký odpor a příkon mají dvě žárovky 110 V/75 W a 110 V/40 W zapojené paralelně ke zdroji 110 V? Jak se tyto parametry změní při zapojení sériovém? Nekreslete schéma sériového zapojení žárovek.

[$R_p = 105 \Omega$, $R_s = 464 \Omega$, $P_p = 115 \text{ W}$, $P_s = 26,1 \text{ W}$]

$$1. \text{ žárovka} \quad U_1=110\text{V}; P_1=75\text{W} \Rightarrow I = \frac{75}{110} \text{ A}$$

$$2. \text{ žárovka} \quad U_2=110\text{V}; P_2=40\text{W} \Rightarrow I = \frac{40}{110} \text{ A}$$

celkové napětí: $U=U_1=U_2=110\text{V}$

$$\text{celkový proud: } I = I_1 + I_2 = \frac{75}{110} + \frac{40}{110} = \frac{115}{110} \text{ A}$$

$$P=U \cdot I; P=R \cdot I^2$$

$$\text{odpory žárovek: } R_1 = \frac{75}{\left(\frac{75}{110}\right)^2} = \frac{110^2}{75} \Omega;$$

$$R_2 = \frac{40}{\left(\frac{40}{110}\right)^2} = \frac{110^2}{40} \Omega$$

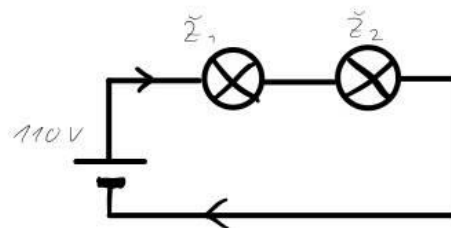
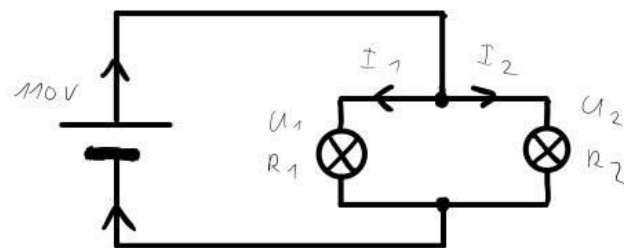
celkový odpor žárovek (**paralelně**):

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{75}{110^2} + \frac{40}{110^2} = \frac{115}{110^2}$$

$$R = \frac{110^2}{115} = \mathbf{105 \Omega}$$

příkon – paralelní zapojení:

$$P = \frac{P_1 \cdot P_2}{P_1 + P_2} = \frac{75 \cdot 40}{115} = \mathbf{26,1 W}$$



celkový odpor žárovek (**sériově**):

$$R = R_1 + R_2$$

$$R = \frac{110^2}{75} + \frac{110^2}{40} = 463,8 = \mathbf{464 \Omega}$$

příkon – sériové zapojení:

$$P = P_1 + P_2 = 75 + 40 = \mathbf{115 W}$$

12) RTG lampou prochází při 120 kV proud 40 mA. Jaké teplo a ze které elektrody je třeba odvádět, aby se neroztavila? Jakým náhradním rezistorem je možné lampu nahradit při testování generátoru? [4.8 kW, 3 MΩ]

$$U=120 \text{ kV}; I=40 \text{ mA}$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{120 \text{ E}3}{40 \text{ E}-3} = 3 \text{ E}6 \Omega = \mathbf{3 M\Omega}$$

$$Q \cong U \cdot I = 120 \text{ E}3 \cdot 40 \text{ E}-3 = \mathbf{4,8 kW}$$

Z anody odvádíme teplo 4.8kW a lampu můžeme nahradit rezistorem 3 MΩ.

13) Index lomu diamantu je 2.419. Jaká je v něm rychlost šíření a vlnová délka světla, které odpovídá maximu intenzity záření Slunce $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$? Jaký parametr elektromagnetické vlny se zachovává na rozhraní dvou prostředí s nestejnou optickou hustotou? [$v = 1.24 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $\lambda = 206.7 \text{ nm}$]

frekvence elektromagnetické vlny se zachovává na rozhraní 2 prostředí s rozdílným indexem lomu.

$$n_D = 2,419; v = ?$$

$$n = \frac{c}{v}; v = \frac{3 \text{ E}8}{2,419} = \mathbf{1,24 \text{ E}8 \text{ m/s}}$$

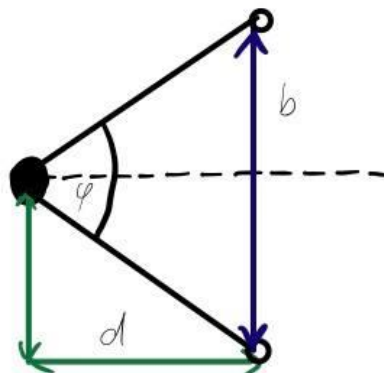
$$c = \lambda \cdot f; f = \frac{c}{\lambda}; \lambda = \frac{500 \text{ nm}}{2,419} = \mathbf{206,7 \text{ nm}}$$

14) Do jaké vzdálenosti jsme schopni vidět plasticky, máme-li středy zornic vzdáleny od sebe $2z = 68\text{mm}$ a úhel mezi paprsky musí být minimálně $\varphi = 0.2 \text{ mrad}$? Nakreslete náčrt, odvoďte vztah pro vzdálenost přesně a potom při výpočtu použijte zjednodušení, vyplývající ze skutečnosti, že daný úhel je velmi malý.
[340 m]

$b = 68 \text{ mm}$; $\varphi = 0,2 \text{ } \mu\text{rad}$; $d = ?$

$$\varphi = \frac{b}{d} \Rightarrow d = \frac{b}{\varphi} = \frac{68}{0,2} = 340\text{m}$$

$$\frac{b}{2d} = \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

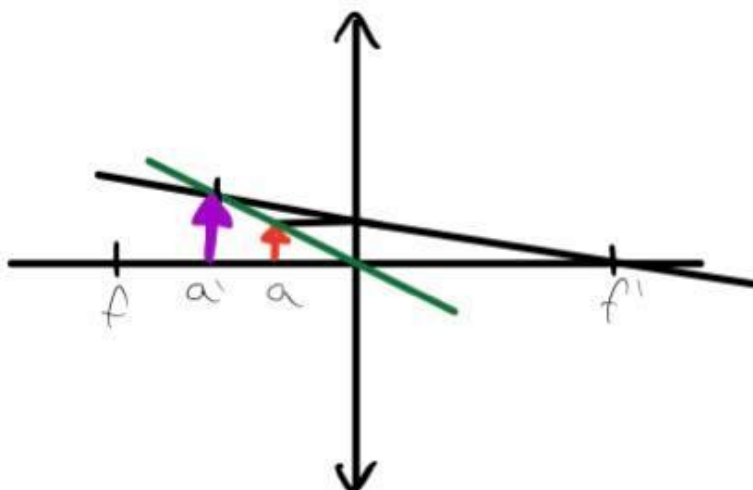


15) Objekt je umístěn 5 cm od tenké spojky s ohniskovou vzdáleností $f = 15.0 \text{ cm}$. V jaké vzdálenosti leží a jak zvětšený nebo zmenšený je jeho obraz? Nakreslete, pokud možno co nejvěrnější náčrt. [$a_2 = -7.5 \text{ cm}$; $m = 1.5$, zdánlivý, zvětšený, přímý]

$a = 5 \text{ cm}$; $f = 15 \text{ cm}$; $Z, a' = ?$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} \Rightarrow a' = \frac{a \cdot f}{a - f} = \frac{5 \cdot 15}{5 - 15} = -7,5\text{cm}$$

$$Z = -\frac{a'}{a} = -\frac{-7,5}{5} = 1,5$$



16) Na jaké vlnové délce září nejintenzivněji vlákno žárovky rozehřáté na $2600 \text{ }^\circ\text{C}$ a Spica, nejjasnější hvězda ze souhvězdí Panny o povrchové teplotě 22400 K ? Jakou povrchovou teplotu má Slunce, vyzařuje-li nejintenzivněji na vlnové délce $\lambda_m = 501 \text{ nm}$? Jaký zákon k řešení použijeme?

[$1 \text{ } \mu\text{m}$ IC, 129.5 nm UV – jeví se modrá, 5788 K]

Wienův zákon:

$$T * \lambda_{max} = 2,9 \text{ E} - 3 \text{ mK} \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{2,9 \text{ E} - 3}{T} \text{ m}$$

žárovka: $t=2600 \text{ }^{\circ}\text{C}=2873,15 \text{ K}$

$$\lambda_{max} = \frac{2,9 \text{ E} - 3}{2873,15} = 1 \text{ E} - 6 \text{ m} \Rightarrow \mathbf{1 \mu m - I\check{C}}$$

Spica: $T=22\,400 \text{ K}$

$$\lambda_{max} = \frac{2,9 \text{ E} - 3}{22400} = 1,295 \text{ E} - 7 \text{ m} \Rightarrow \mathbf{129,5 \text{ nm} - UV}$$

Slunce: $\lambda_{max} = 501 \text{ nm} = 5,01 \text{ E} - 7 \text{ m}$

$$T = \frac{2,9 \text{ E} - 3}{5,01 \text{ E} - 7} = \mathbf{5788 \text{ K}}$$