

1) Petr, vážící 30 kg, stojí v klidu na kruhové desce o průměru 6 m a $J = 1800 \text{ kgm}^2$. Poté se Petr rozeběhne po obvodu desky. Jakou úhlovou rychlostí se bude pohybovat deska poté v okamžiku, kdy Petr dosáhne obvodové rychlosti vůči zemi 2 m/s?
[$\omega = -mvr/J = -0.1 \text{ rad s}^{-1}$]

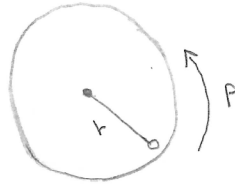
$$m_p = 30 \text{ kg}$$

$$d = 6 \text{ m} \Rightarrow r = 3 \text{ m}$$

$$J = 1800 \text{ kgm}^2$$

$$v_p = 2 \text{ m/s}$$

$$\omega_d = ?$$



$$\text{moment hybnosti: } b = J \cdot \omega$$

$$b_p + b_D = 0$$

$$J_p \cdot \omega_p + J_D \cdot \omega_D = 0$$

$$\omega_p = \frac{v}{r}$$

$$J = m \cdot r^2$$

$$m \cdot r \cdot \frac{v}{r} + J_D \cdot \omega_D = 0$$

$$m \cdot r \cdot v + J_D \cdot \omega_D = 0$$

$$\omega_D = - \frac{m \cdot r \cdot v}{J_D}$$

$$\omega_D = - \frac{30 \cdot 3 \cdot 2}{1800} \text{ rad s}^{-1}$$

$$\omega_D = -0.1 \text{ rad s}^{-1}$$

↳ Znaménko vyjadřuje skutečnost, že smysl otáčení Petra a desky musí být opačný

U: Úhlová rychlost desky je -0.1 rad s^{-1}

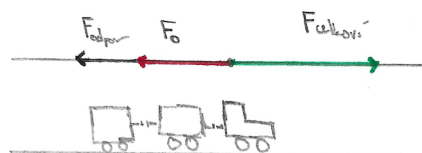
2) Aby se vlak pohyboval rovnoměrně, musí lokomotiva překonat odporovou sílu, kterou lze dohromady vyjádřit jako 1% z tíhy vlaku o hmotnosti 160 t. a) Vlak se napřed rovnoměrně rozjíždí a dosáhne z klidu rychlosti 108 km/h za 2.5 minuty. Jakou silou musí táhnout lokomotiva? b) Když lokomotiva dosáhne rychlosti 108 km/h, přestane táhnout a pokračuje na volnoběh. Jak se bude vlak dále pohybovat a jak daleko a za jak dlouho dojede? Načrtněte graf závislosti rychlosti na čase v obou případech.
 $[F_0 = 32 \text{ kN}, F_{\text{celk}} = 48 \text{ kN}, s = 4500 \text{ m}]$

$$m(\text{vlaku}) = 160 \text{ t} = 160\,000 \text{ kg}$$

$$v(\text{vlaku}) = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s} \quad \left[\frac{108}{3.6} = 30 \right]$$

$$t = 2.5 \text{ min} = 150 \text{ s}$$

$$F_0 = ?, F_{\text{celk}} = ?, s = ?, t = ?$$



2) - abychom zjistili, jakou sílu musí vlak vyvinout, musíme vypočítat zrychlení:

$$F_0 = m \cdot a_1$$

$$a_1 = ? \quad \left. \begin{array}{l} a = \frac{v}{t} \end{array} \right\} \text{ ze vzorce } v(t) = v_0 + a \cdot t \rightarrow v_0 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{Jedná se zde o rovnoměrně zrychlený} \\ \text{přímý pohyb} \end{array} \right\}$$

$$a_1 = \frac{30}{150} \text{ m/s}^2$$

$$a_1 = 0.2 \text{ m/s}^2$$

$$F_0 = m \cdot a_1$$

$$F_0 = 160\,000 \cdot 0.2 \text{ N}$$

$$F_0 = 32\,000 \text{ N} = 32 \text{ kN}$$

Vypočít celkovou sílu - k počtem síle musíme ještě přičíst sílu, která je zapotřebí k překonání odporu

$$F_{\text{celkov}} = F_0 + F_{\text{odporu}}$$

↑ 1% z tíhy vlaku

$$= F_0 + m \cdot g \cdot 0.01$$

$$= 32\,000 + 160\,000 \cdot 10 \cdot 0.01$$

$$= 48\,000 \text{ N} = \underline{\underline{48 \text{ kN}}}$$

5: Lokomotiva musí vykonat sílu 48 kN.

b) Souprava má rychlost 108 km/h → lokomotiva přestane táhnout → kam až dojde: $s = ?$
 Za jak dlouho dojde: $t = ?$

• V tomto případě se vlak brzdí třecí silou, a platí tedy, že a je záporné

↳ rovnoměrně zpomalený pohyb

$$F_{\text{odporu}} = F_t$$

$$F_t = m \cdot a_2$$

$$a_2 = \frac{F_t}{m} = \frac{F_{\text{odporu}}}{m} = \frac{16\,000}{160\,000} = -0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Výpočet času dojezdu:

Vycházíme ze vzorce: $v = v_0 + a \cdot t$

↓ platí, že: $v = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$... konečná rychlost

$v_0 = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$... počáteční rychlost

$$t = \frac{v - v_0}{a_2}$$

$$t = \frac{0 - 30}{-0,1} \text{ s}$$

$$t = \underline{\underline{300 \text{ s}}}$$

Výpočet dráhy:

Vycházíme ze vzorce: $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

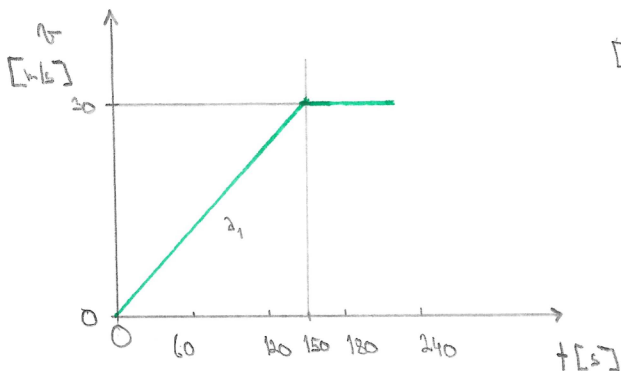
↓ platí, že: $s_0 = 0$

$$s = 0 + 30 \cdot 300 + \frac{1}{2} \cdot (-0,1) \cdot 300^2 \text{ m}$$

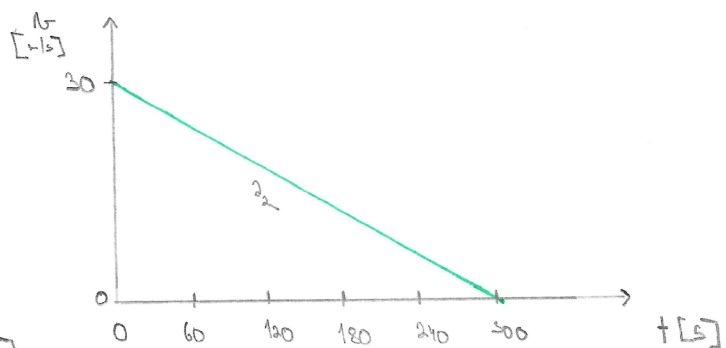
$$s = \underline{\underline{45\,000 \text{ m}}}$$

0: Po tom, co lokomotiva přestane táhnout, ujede souprava 4500 m do úplného zastavení za dobu 300 s.

a)



b)



3) Přeš nehmotnou kladku bez tření jsou zavěšena dvě tělesa. Jedno váží $m_1=6\text{ kg}$ a druhé je lehčí. Kolik musí vážit lehčí těleso, aby se systém pohyboval se zrychlením polovičním, než je zrychlení gravitační? Co se stane, bude-li se v okamžiku uvolnění vlákna systém již pohybovat a těžší závaží bude jistou rychlostí stoupat? Načrtněte diagram dynamické rovnováhy sil. [$m_2 = 2\text{ kg}$]

$$m_1 = 6\text{ kg}$$

$$m_2 < m_1$$

$$s = 10\text{ m s}^{-2}$$

$$a = 5\text{ m s}^{-2} \text{ (poloviční zrychlení, než gravitační)}$$

$$m_2 = ?$$

$$G_1 = F_1^* + T_1 \rightarrow G_2 + F_2^*$$

$$G_1 = F_1^* + G_2 + F_2^*$$

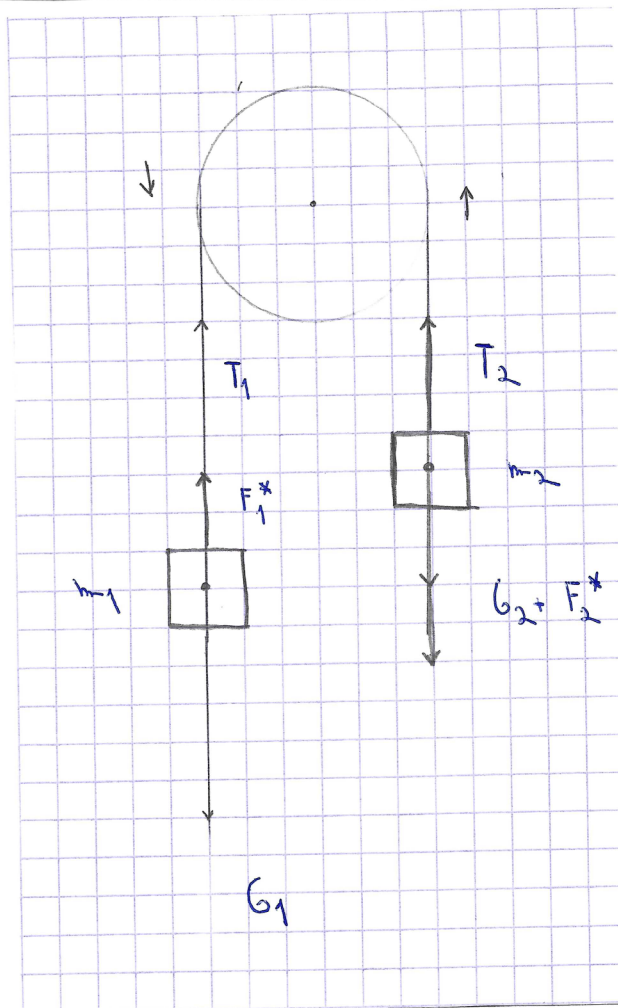
$$m_1 g = m_1 a + m_2 g + m_2 a$$

$$m_1 g - m_1 a = m_2 g + m_2 a$$

$$6 \cdot 10 - 6 \cdot 5 = 10 m_2 + 5 m_2$$

$$60 - 30 = 15 m_2$$

$$m_2 = \frac{30}{15} = \underline{\underline{2\text{ kg}}}$$



U prvního tělesa m_1 působí tíhová síla G_1 dolů z těžiště. Nahoru působí setrvačná síla F_1^* , která se rovná a . Nahoru také působí tah T_1 .

U: Druhé těleso musí vážit 2 kg , aby se systém pohyboval s polovičním zrychlením než je gravitační.

→ i přesto, že těžší těleso by se pohybovalo chvíli nahoru, po určitém čase zase začne těžší těleso klesat kvůli jeho větší gravitační síle (tíhové síle).

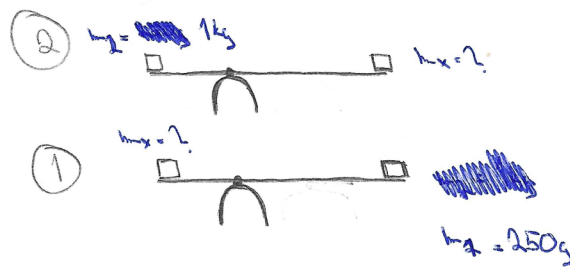
U druhého tělesa m_2 působí tah T_2 nahoru a se stejnou velikostí jako T_1 . Dolů působí součet setrvačné F_2^* a tíhové síly G_2 .

4) Při vážení na nerovnoramenných vahách bylo těleso, umístěné na levou miskou, vyváženo závažím $m_1 = 250\text{g}$. Při následném umístění na miskou pravou bylo vyváženo závažím $m_2 = 1\text{kg}$. Kolik těleso skutečně váží? Odvoďte obecný vztah pro m_x . Jak se tato operace nazývá? [$m_x = 500\text{g}$]

$$m_1 = 250\text{g}$$

$$m_2 = 1\text{kg} = 1000\text{g}$$

$$m_x = ?$$



→ platí, že pokud jsou váhy vyrovnané, tak momenty sil, které působí na obou stranách se rovnají

$$M = r \cdot F$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 poloha $\downarrow$ gravitační síla
 a, b - délky ramén $\downarrow$ $m \cdot g$

$$\textcircled{1} \quad m_x \cdot g \cdot a = m_1 \cdot g \cdot b$$

$$\textcircled{2} \quad m_2 \cdot g \cdot a = m_x \cdot g \cdot b$$

$\downarrow$

$$m_x \cdot a = m_1 \cdot b$$

$$m_2 \cdot a = m_x \cdot b$$

$\downarrow$

$$\frac{a}{b} = \frac{m_1}{m_x}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{m_x}{m_2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{m_1}{m_x} = \frac{m_x}{m_2}$$

$$m_1 \cdot m_2 = m_x^2$$

$$m_x = \sqrt{m_1 \cdot m_2}$$

$$m_x = \sqrt{250 \cdot 1000} \text{ g}$$

$$m_x = 500\text{g}$$

U: Těleso m_x váží 500g.

5) Co je to geostacionární družice? Kde přesně leží její dráha a jak vysoko od povrchu Země musí létat? [$h = 35.7 \cdot 10^3 \text{ km}$]

- Umělá družice na geostacionární dráze
- musí se pohybovat kruhovou rychlostí v rovině rovníku a musí mít stejnou úhlovou rychlost jako Země
- platí, že aby se tato družice nacházela stále na stejném místě, musí být gravitační a odstředivá síla vzájemně vyrovnané.

$$T = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

$$M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$R = 6378 \text{ km} = 6378 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$F_g = F_D$$
$$G \frac{M}{(R+h)^2} = \frac{v^2}{R+h}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{gravitační síla}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{odstředivá síla}}$

$v = \frac{2\pi}{T} (R+h)$

Z tohoto se potom vytkne h

$$h = \sqrt[3]{G \frac{M T^2}{4\pi^2}} - R$$

$$h = \left(\sqrt[3]{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,97 \cdot 10^{24} \cdot 86400^2}{4\pi^2}} - 6378 \cdot 10^3 \right) \text{ km}$$

$$h = \underline{\underline{36000 \text{ km}}}$$

Ø: Geostacionární družice leží přibližně ve výšce 36 000 km.

6) Hiero II, král Syracus, pověřil Archimeda, aby zjistil, jestli zlatá koruna není ošizená. Archimédes zjistil, že koruna na vzduchu váží $m = 14.7 \text{ kg}$, ve vodě $m_v = 13.4 \text{ kg}$ a věděl, že hustota zlata je $19300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Jaká je hustota koruny? Může být zlatá? Načrtněte silový diagram experimentu, který Archimedes pravděpodobně uskutečnil! [$\rho_x = 11308 \text{ kgm}^{-3}$]

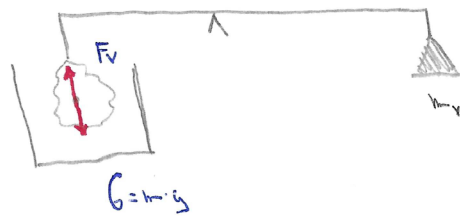
$m = 14.7 \text{ kg}$ hmotnost koruny na vzduchu

$m_v = 13.4 \text{ kg}$ hmotnost koruny ve vodě

$\rho_{Au} = 19300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

$\rho_{koruny} = ?$

$\rho_{vody} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$



$$F_v = m \cdot g$$

$$F_v = V \cdot \rho_v \cdot g$$

$$m_v \cdot g + V \cdot \rho_v \cdot g = m \cdot g$$

$$V = \frac{m - m_v}{\rho_v} \quad : m$$

→ podělíme to hmotností

$$\frac{V}{m} = \frac{m - m_v}{\rho_v \cdot m} \Rightarrow \frac{1}{\rho_x}$$

↓
Zjistíme obecnou hodnotu požadovanou hustoty } $\frac{1}{\rho_x} = \frac{V}{m}$

$$\rho_x = \rho_v \frac{m}{m - m_v} = \frac{1000}{14.7 - 13.4} \cdot 14.7$$

↙ příklad "otočíme" a za $\frac{m}{V}$ poté napíše už ρ_x

$$\rho_x = \underline{\underline{11308 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}}$$

U: Hustota koruny je $11308 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, což znamená, že není zlatá, protože hustota zlata je $19300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

7) Struna c od piána, jejíž základní frekvence (první harmonická) je $f_1 = 180.81 \text{ Hz}$, má délku $L = 1.1 \text{ m}$ a hmotnost 9.9 g . Jaká je rychlost zvuku c ve struně, síla F , jakou je napnuta, základní vlnová délka λ_1 a další vlnové délky λ_i a vyšší harmonické f_i ? Načrtněte, jaké stojaté vlny mohou (dlouhodoběji) ve struně existovat.
 $[c = 398 \text{ ms}^{-1}; F = 1424 \text{ N}; \lambda_1 = 2.2 \text{ m}; \lambda_i = \lambda_1/i; f_i = i \cdot f_1]$

$$f_1 = 180.81 \text{ Hz}$$

$$L = 1.1 \text{ m}$$

$$m = 9.9 \text{ g}$$

$$\frac{1}{4} \lambda + \frac{1}{4} \lambda = \frac{11}{2}$$

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\lambda}{2} \rightarrow \frac{11}{2} \right)$$

$$\lambda = 2.2 \text{ m}$$

Vypočet rychlosti:

$$\lambda = T \cdot c$$

$$\rightarrow \text{vypočet periody: } T = \frac{1}{f}$$

$$T = \frac{1}{180.81}$$

$$T = 5.53 \text{ s}$$

$$c = \frac{\lambda}{T}$$

$$c = \frac{2.2}{5.53 \cdot 10^{-3}} \text{ ms}^{-1}$$

$$c = 398 \text{ ms}^{-1}$$

Vypočet síly:

$$\text{platí, že: } \mu = \frac{m}{L} \quad \begin{array}{l} \text{— hmotnost vláknas} \\ \text{— délka vláknas} \end{array}$$

lineární hustota struny

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{9.9 \cdot 10^{-3}}{1.1} = 9 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{dále platí, že: } c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \text{z toho vytkneme } F$$

$$F = c^2 \cdot \mu$$

$$F = (397.83)^2 \cdot 9 \cdot 10^{-3}$$

$$F = 1424 \text{ N}$$

$$n=1 \quad 1 \cdot \frac{\lambda_1}{2} = L$$

$$n=2 \quad 2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} = L$$

$$n=3 \quad 3 \cdot \frac{\lambda_3}{2} = L$$

Na struně o délce L se musí vytvořit celistvý počet polov → $L = \frac{\lambda}{2} \cdot n$

UZLY - místa, kde se stojaté vlnění tvoří nulovou výchylkou

KNITY - místa, kde elementy kmitají s největší amplitudou

U: Rychlost zvuku je 398 ms^{-1} a síla, kterou je struna napnuta je 1424 N

8) Varná konvice o příkonu 2 kW přivedla 2 litry vody z teploty 12 °C na bod varu za 409 s.
Jaká je účinnost konvice? [$\eta = 0.9$]

$$P = 2 \text{ kW} = 2 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$V = 2 \text{ l H}_2\text{O} \rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

$$T_1 = 12^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 100^\circ\text{C}$$

$$t = 409 \text{ s}$$

$$c_v = 4180 \text{ kJ}^{-1} \text{ kg}^{-1} - \text{měrné teplo H}_2\text{O}$$

platí, že: $E = Q$ } voda se musí dostat teplo, aby se ohřála na bod varu

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ \eta \cdot P \cdot t & & c_v \cdot m \cdot (T_2 - T_1) \end{array}$$

$$\eta \cdot P \cdot t = c_v \cdot m \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\eta = \frac{c_v \cdot m \cdot (T_2 - T_1)}{P \cdot t}$$

$$\eta = \frac{4180 \cdot 2 \cdot (100 - 12)}{2 \cdot 10^3 \cdot 409}$$

$$\eta = \underline{\underline{0.9}}$$

O: Účinnost varné konvice je 0,9.

9) Femur má průměr 2.8 cm. Mezní mechanické napětí $\sigma_p = 170 \text{ MPa}$. Jaký průřez můžeme přibližně předpokládat? Při jakém zatížení kost praskne? [0.1 MN]

$$d = 2.8 \text{ cm} = 0.028 \text{ m} \rightarrow \text{průměr kosti} \Rightarrow r = 0.014 \text{ m}$$

$$\sigma_p = 170 \text{ MPa} = 170 \cdot 10^6 \text{ Pa} \rightarrow \text{mezní mech. napětí}$$

F = ?

platí, že: $\sigma = \frac{F}{S}$

předpokládám, že průřez bude podobný kruhu

$$F = \sigma_p \cdot S$$

$$F = \sigma_p \cdot (\pi \cdot r^2) \quad \text{— obsah kruhu}$$

$$F = 170 \cdot 10^6 \cdot \pi \cdot 0.014^2 \text{ N}$$

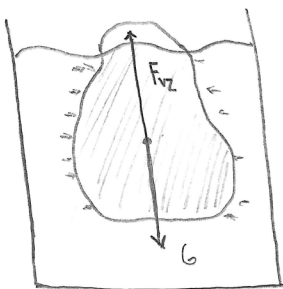
$$F = 104677.87 \text{ N} = \underline{\underline{0.1 \text{ MN}}}$$

U: Kost by praskla při zatížení 0.1 MN a větší

10) Jaký je relativní objem vyčnívající části ledovce $\rho = 917 \text{ kgm}^{-3}$ z mořské vody $\rho_v = 1024 \text{ kgm}^{-3}$? Načrtněte silový diagram. [10%]

$$\rho = 917 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\rho_v = 1024 \text{ kg m}^{-3}$$



$$\underline{G = F_{vz}}$$

$$G = G = V \cdot \rho \cdot g$$

$$F_{vz} = G = V_p \cdot \rho_v \cdot g$$

↙ objem pod hladinou

↘ celý objem

! část pod hladinou, bezrozměrná jednotka, menší než jeden

$$V \cdot \rho \cdot g = k \cdot V \cdot \rho_v \cdot g$$

$$\rho = k \cdot \rho_v$$

$$k = \frac{\rho}{\rho_v} = \frac{917}{1024} = 0.8955$$

⇒ 90% se ponořeno

⇒ 10% se vynořeno

U: Relativní objem vynořené části ledovce je 10%.

11) Jaký odpor a příkon mají dvě žárovky 110 V/75 W a 110 V/40 W zapojené paralelně ke zdroji 110V? Jak se tyto parametry změní při zapojení sériově? Nekreslete schéma sériového zapojení žárovek.

[$R_p = 105 \Omega$, $R_s = 464 \Omega$, $P_p = 115 \text{ W}$, $P_s = 26.1 \text{ W}$]

<u>1. žárovka</u>	<u>2. žárovka</u>
$U_1 = 110 \text{ V}$	$U_2 = 110 \text{ V}$
$P_1 = 75 \text{ W}$	$P_2 = 40 \text{ W}$
$R_p = ?$	$P_p = ?$
$R_s = ?$	$P_s = ?$

Pro výpočet odporu použijeme vzoreček: $U = R \cdot I$

→ nejdříve je zapotřebí spočítat proud podle výkonu: $I = \frac{P}{U}$

<u>1. žárovka</u>	<u>2. žárovka</u>
$I_1 = \frac{P_1}{U_1}$	$I_2 = \frac{P_2}{U_2}$
$I_1 = \frac{75}{110} \text{ A}$	$I_2 = \frac{40}{110} \text{ A}$
<u>$I_1 = 0,681 \text{ A}$</u>	<u>$I_2 = 0,364 \text{ A}$</u>

teď si můžeme spočítat odpor pro každou žárovku:

<u>1. žárovka</u>	<u>2. žárovka</u>
$R_1 = \frac{U_1}{I_1}$	$R_2 = \frac{U_2}{I_2}$
$R_1 = \frac{110}{0,681} \Omega$	$R_2 = \frac{110}{0,364} \Omega$
<u>$R_1 = 161,52 \Omega$</u>	<u>$R_2 = 302,198 \Omega$</u>

Ze zjištěných údajů můžeme spočítat celkový odpor:

Sériové zapojení:

$$R_s = R_1 + R_2$$

$$R_s = (161,52 + 302,198) \Omega$$

$$R_s = \underline{\underline{463,7 \Omega}}$$

Paralelní zapojení:

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_p = \left(\frac{161,52 \cdot 302,198}{161,52 + 302,198} \right) \Omega$$

$$R_p = \underline{\underline{105,3 \Omega}}$$

Vypočet celkového příkonu:

Seriové zapojení:

$$P_S = P_1 + P_2$$

$$P_S = (75 + 40) \text{ W}$$

$$P_S = \underline{\underline{115 \text{ W}}}$$

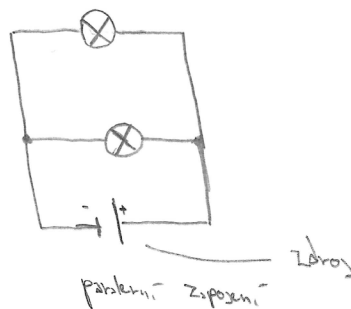
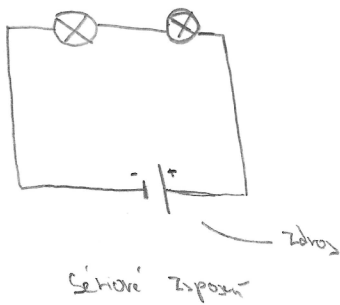
Paralelní zapojení:

$$P_P = \frac{P_1 \cdot P_2}{P_1 + P_2}$$

$$P_P = \left(\frac{75 \cdot 40}{75 + 40} \right) \text{ W}$$

$$P_P = \underline{\underline{26,1 \text{ W}}}$$

Nákresy:



⊗ - Zkratka

U: Celkový odpor a příkon pro seriové zapojení je: $46,7 \, \Omega$ a 115 W . Pro paralelní zapojení to je: $105,3 \, \Omega$ a $26,1 \text{ W}$.

12) RTG lampou prochází při 120 kV proud 40 mA. Jaké teplo a ze které elektrody je třeba odvádět, aby se neroztavila? Jakým náhradním rezistorem je možné lampu nahradit při testování generátoru? [4.8 kW, 3MΩ]

$$U = 120 \text{ kV} = 120\,000 \text{ V}$$

$$I = 40 \text{ mA} = 0.04 \text{ A}$$

$$Q = ?$$

$$R = ?$$

Výpočet tepla:

- teplo se potřeba odvést z anody
- teplo vypočítáme ze vzorce: $Q = U \cdot I$

$$\hookrightarrow Q = U \cdot I$$

$$Q = 120\,000 \cdot 0.04 \text{ W}$$

$$Q = 4\,800 \text{ W} = \underline{\underline{4.8 \text{ kW}}}$$

Výpočet náhradního rezistoru

- Spočítáme ze vzorce: $U = R \cdot I$

$$\hookrightarrow R = \frac{U}{I}$$

$$R = \frac{120\,000}{0.04} \Omega$$

$$R = 3\,000\,000 \Omega = \underline{\underline{3 \text{ M}\Omega}}$$

U: Proto, aby se lampu neroztavila, potřebujeme odvést teplo 4.8 kW (z anody). Lampu se možná nahradit rezistorem 3 MΩ.

13) Index lomu diamantu je 2.419. Jaká je v něm rychlost šíření a vlnová délka světla, které odpovídá maximu intenzity záření Slunce $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$? Jaký parametr elektromagnetické vlny se zachovává na rozhraní dvou prostředí s nestejnou optickou hustotou?
 $[v = 1.24 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \lambda = 206.7 \text{ nm}]$

$n \dots \dots 2,419 \rightarrow$ index lomu diamantu
 $\lambda_0 \dots \dots 500 \text{ nm} \rightarrow$ maximum intenzity záření Slunce
 $c \dots \dots 3 \cdot 10^8 \rightarrow$ rychlost světla
 $n = ? , \lambda = ?$

Výpočet rychlosti:

- rychlost světla v v diamantu oproti rychlosti světla ve vakuu vyjde z rovnice: $n = \frac{c}{v}$

$$n = \frac{c}{v}$$

$$v = \frac{c}{n}$$

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{2,419} \text{ s}^{-1}$$

$$v = \underline{\underline{1,24 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}}}$$

Výpočet vlnové délky světla:

platí, že frekvence záření zůstává stejná i po průchodu rozhraním

$$\frac{c}{\lambda_0} = f = \frac{v}{\lambda}$$

$$\left(\frac{c}{v} \right) = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

$$\lambda = \frac{500}{2,419} \text{ nm}$$

$$\lambda = \underline{\underline{206,7 \text{ nm}}}$$

U: Rychlost šíření světla v diamantu je $1,24 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$ a vlnová délka světla je $206,7 \text{ nm}$.

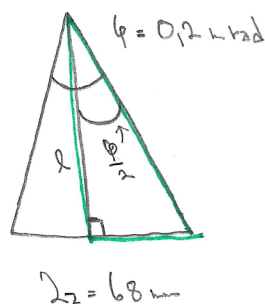
14) Do jaké vzdálenosti jsme schopni vidět plasticky, máme-li středy zornic vzdáleny od sebe $2z = 68\text{mm}$ a úhel mezi paprsky musí být minimálně $\varphi = 0.2\text{ mrad}$? Nakreslete náčrt, odvoďte vztah pro vzdálenost přesně a potom při výpočtu použijte zjednodušení, vyplývající ze skutečnosti, že daný úhel je velmi malý.

[340 m]

Vzdálenost středu zornic od sebe $2z = 68\text{mm} = 0.068\text{m}$

Úhel mezi paprsky $0.2\text{ mrad} = 0.0002\text{ rad}$

$l = ?$



$$t_\varphi = \frac{\text{protilehlý}}{\text{přilehlý}}$$

$$t_\varphi\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{\frac{2z}{2}}{l} = \frac{z}{l}$$

$$z = \frac{0.068}{2} = 0.034\text{m}$$

vytkneme l

↓

$$l = \frac{z}{t_\varphi\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

$$l = \frac{0.034}{t_\varphi\left(\frac{0.0002}{2}\right)}\text{m}$$

→ je potřeba si přepnout

kolko lisku do radiánů!

$$l = \frac{0.034}{0.0001}\text{m}$$

$$l = \underline{\underline{340\text{m}}}$$

U: Plasticky vidíme do vzdálenosti 340m.

15) Objekt je umístěn 5 cm od tenké spojky s ohniskovou vzdáleností $f = 15.0$ cm. V jaké vzdálenosti leží a jak zvětšený nebo zmenšený je jeho obraz? Nakreslete pokud možno co nejvěrnější náčrt. [$a_2 = -7.5$ cm; $m = 1.5$, zdánlivý, zvětšený, přímý]

$$f = 15.0 \text{ cm} \dots \text{Ohnisková vzdálenost}$$

$$a = 5 \text{ cm} \dots \text{Umístění objektu}$$

$$a' = ?, z = ?$$

$$1) \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{15.0}$$

zloček rozšířit

$$\frac{3}{15} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{15.0}$$

$$\frac{3}{15} - \frac{1}{15} = \frac{1}{a'}$$

$$\frac{3-1}{15} = \frac{1}{a'}$$

$$\frac{-2}{15} = \frac{1}{a'}$$

$$-2a' = 15$$

$$\underline{\underline{a' = -7.5 \text{ cm}}}$$

$$2) z = - \frac{f}{a' - f}$$

$$z = - \frac{15}{5 - 15}$$

$$z = \frac{15}{10}$$

$$\underline{\underline{z = 1.5}}$$

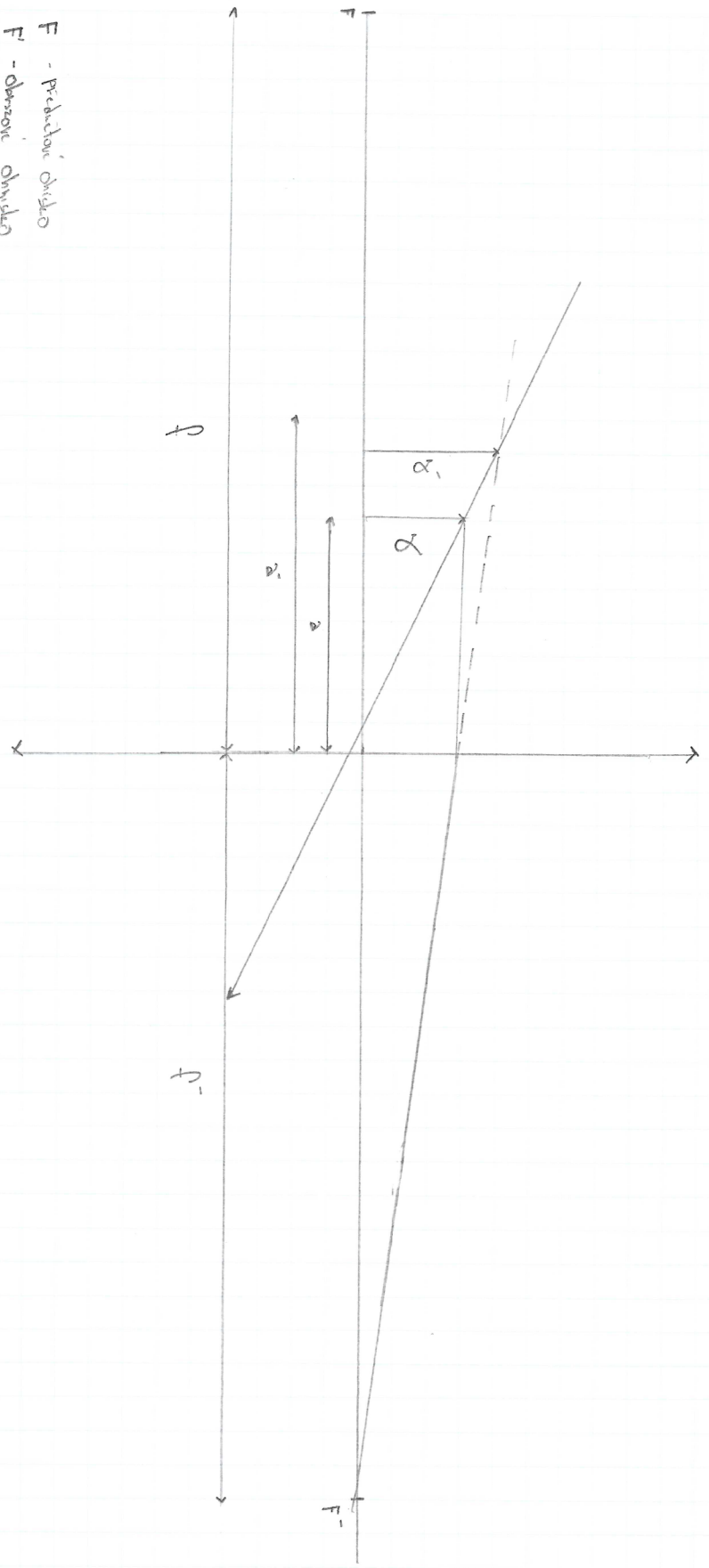
$$3) f > 0 \quad \text{L spojka}$$

Díky zjištěným údajům víme, že obraz je:

$$\left[\begin{array}{l} a' < 0 - \text{zdánlivý} \\ z > 0 - \text{přímý} \\ |z| > 1 - \text{zvětšený} \end{array} \right]$$

U: Objekt leží ve vzdálenosti 7.5 cm, je 1.5 zvětšený. Obraz je zdánlivý, přímý, zvětšený.

- F - Predložení divklo
- F' - obracení divklo
- a - predložení vzdálenost
- a' - obracení vzdálenost
- x - výška predložu
- x' - výška obracu
- f - Ohnisková predložení vzdálenost
- f' - obracení obracení vzdálenost



16) Na jaké vlnové délce září nejintenzivněji vlákno žárovky rozehráté na 2600 C a Spica, nejjasnější hvězda ze souhvězdí Panny o povrchové teplotě 22400K? Jakou povrchovou teplotu má Slunce, vyzařuje-li nejintenzivněji na vlnové délce $\lambda_m = 501 \text{ nm}$? Jaký zákon k řešení použijeme?

[1 μm IČ, 129.5 nm UV – jeví se modrá, 5788 K]

$$\begin{aligned} T_z &= 2600^\circ\text{C} && - \text{vlákno žárovky} \\ T_p &= 22400 \text{ K} && - \text{souhvězdí Panny} \\ \lambda_m &= 501 \text{ nm} \rightarrow 5,01 \cdot 10^{-7} \text{ m} \end{aligned}$$

Pro výpočty použijeme Wienův zákon: $\lambda_m = \frac{b}{T}$

λ_m vlnová délka maxima spektrální hustoty vyzářování
 T teplota tělesa
 b Wienova konstanta $2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$

Žárovka

$$\lambda_m = \frac{b}{T_z} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{2600} = 1,1146 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 1,1146 \mu\text{m}$$

Souhvězdí Panny

$$\lambda_m = \frac{b}{T_p} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{22400} = 1,29375 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 129,375 \text{ nm} \rightarrow \text{jeví se modrá}$$

Slunce

$$\begin{aligned} \lambda_m &= \frac{b}{T} \\ T &= \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{5,01 \cdot 10^{-7}} = 5784 \text{ K} \end{aligned}$$

U: Vlákno žárovky nejintenzivněji září na ^{vlnové délce} 1,1146 μm . Spica nejintenzivněji září na vlnové délce 129,375 nm. Povrchová teplota Slunce je 5788 K.

17) Máme $m = 1.51 \mu\text{g}$ izotopu $^{13}_7\text{N}$ s poločasem rozpadu $T_{1/2} = 600\text{s}$. a) Kolik nerozpadlých jader je to na počátku? b) Jaká je aktivita na počátku? c) Jaká je aktivita za jednu hodinu? d) Za jak dlouho klesne aktivita na 1Bq ?

$[N_0 = 7 \cdot 10^{16}; \lambda = 1.155 \cdot 10^{-3} \text{s}^{-1}; A_0 = 8.0810^{13} \text{s}^{-1}; A(3600) = 1.263 \cdot 10^{12} \text{s}^{-1}; t_x = \ln(A_0)/\lambda = 27720 \text{s}]$

$m = 1.51 \mu\text{g}$ izotopu $^{13}_7\text{N} \rightarrow 1.51 \cdot 10^{-6} \text{g}$

poločas rozpadu $T_{1/2} = 600\text{s}$

$M = 13 \text{g/mol}$

$t = 1\text{h} = 3600\text{s}$

N ... počet nerozpadlých jader v čase t

N_0 ... počet nerozpadlých jader v čase 0

λ ... rozpadová konstanta

t ... čas

d) pro výpočet použijeme vztah: $n = \frac{N_0}{N_A} \rightarrow \text{Avogadrova konstanta} = 6.022 \cdot 10^{23}$

$N_0 = n \cdot N_A$

$\rightarrow$ musíme nejdříve dopočítat: $n = \frac{m}{M}$

$n = \frac{1.51 \cdot 10^{-6}}{13} \text{mol}$

$n = 1.162 \cdot 10^{-7} \text{mol}$

$N_0 = n \cdot N_A$

$N_0 = 1.162 \cdot 10^{-7} \cdot 6.022 \cdot 10^{23}$

$N_0 = 7 \cdot 10^{16}$

b) pro výpočet A_0 nejdříve potřebujeme vypočítat $\lambda \rightarrow$ a to ze vztahu $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$

$\lambda = \frac{\ln 2}{600} \text{s}^{-1}$

$\lambda = 1.155 \cdot 10^{-3} \text{s}^{-1}$

~~poté~~ použijeme vztah: $A_0 = \lambda \cdot N_0$

Poté

$A_0 = \lambda \cdot N_0$

$A_0 = 1.155 \cdot 10^{-3} \cdot 7 \cdot 10^{16} \text{s}^{-1}$

$A_0 = 8.085 \cdot 10^{13} \text{s}^{-1}$

c) pro výpočet použijeme vztah: $A_{3600} = A_0 \cdot \exp(-\lambda \cdot t)$

$$A_{3600} = A_0 \cdot \exp(-\lambda \cdot t)$$

$$A_{3600} = 8,085 \cdot 10^{13} \exp(-1,155 \cdot 10^3 \cdot 3600) \text{ s}^{-1}$$

$$\underline{\underline{A_{3600} = 1,263 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}}}$$

d) pro výpočet použijeme vztah: $t_x = \frac{\ln(A_0)}{\lambda}$

$$t_x = \frac{\ln(A_0)}{\lambda}$$

$$t_x = \frac{\ln(8,085 \cdot 10^{13})}{1,155 \cdot 10^3} \text{ s}$$

$$\underline{\underline{t_x = 27\,726 \text{ s}}}$$

5. Nerozpařilých jader je na počátku $7 \cdot 10^{16}$. Aktivita na počátku je $8,085 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$. Aktivita za jednu hodinu je $1,263 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$. Aktivita na 1 Bq klesne za $27\,726 \text{ s}$.